

Programas de Actividades Curriculares – Plan 94A

Carrera: Ingeniería Mecánica

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Área : Matemática

Bloque: Ciencias Básicas

Nivel: 1º **Tipo:** Homogénea

Modalidad: En las carreras de Ingeniería Civil, Ingeniería Mecánica, Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Electrónica e Ingeniería Industrial la modalidad es Anual. En la carrera de Ingeniería Química la modalidad es Cuatrimestral.

Carga Horaria total: Hs Reloj: 128 Hs. Cátedra: 160

Dentro del Currículo de las Carreras de Ingeniería, Análisis Matemático I es una de las materias que desarrolla en el alumno la capacidad de pensamiento lógico y riguroso. Otorga las herramientas básicas para plantear un modelo matemático que describa en forma exacta, o con la adecuada aproximación y razonable simplicidad, un problema del mundo real y su solución, constituyendo la base sobre la cual se desarrollan las materias específicas de cada especialidad.

Objetivos Generales:

Plantear problemas y resolver situaciones problemáticas concretas facilitando la autosuficiencia profesional y científica del futuro egresado.

Aplicar los métodos matemáticos a problemas de Ingeniería reconociendo su relación con la teoría.

Comprender y apreciar que la aplicación de la Matemática a un problema de Ingeniería consiste esencialmente en su traducción al lenguaje matemático.

Concebir a la Matemática como una práctica social de argumentación, defensa, formulación y demostración.

Objetivos Específicos:

Determinar cotas de conjuntos numéricos.

Operar con funciones.

Calcular límites.

Estudiar la convergencia de sucesiones numéricas.

Estudiar la continuidad de funciones.

Aplicar las propiedades de las funciones continuas para la determinación aproximada de raíces.

Calcular derivadas.

Aplicar la derivada al estudio de funciones, problemas de optimización y cálculo aproximado de raíces.

Aproximar funciones por polinomios.

Calcular primitivas.

Calcular integrales definidas

Aplicar el cálculo integral a la resolución de problemas de Geometría, de Física y de

Economía.

Estudiar la convergencia de series numéricas y funcionales.

Representar funciones con series de potencias.

Operar con series de potencias.

Utilizar la computadora como instrumento de resolución de cálculo y representaciones gráficas.

CONTENIDOS

- Contenidos mínimos
 - Topología en la recta real. Cotas.
 - Funciones.
 - Límite de funciones reales.
 - Infinitésimos e infinitos.
 - Sucesiones numéricas. Convergencia.
 - Funciones continuas.
 - Funciones diferenciables.
 - Aproximación de funciones por polinomios.
 - Cálculo integral. La integral definida.
 - Relaciones entre el Cálculo Diferencial e Integral. La primitiva
 - Series numéricas.
 - Series de potencias.
- Contenidos analíticos

Unidad Temática I: TOPOLOGÍA EN LA RECTA REAL. FUNCIONES

Concepto de topología. Ejemplos. Topología en \mathbb{R} . Métrica en la recta real: valor absoluto. Definición y propiedades. Conjuntos acotados. Cotas superior e inferior. Conjunto mayorante y minorante. Extremos superior e inferior. Máximo y mínimo de un conjunto numérico. Clasificación de puntos: interior, de acumulación, exterior, frontera y aislado. Clasificación de conjuntos de números reales: abierto, cerrado, entornos y vecinal. Función. Definición. Clasificación. Función inversa. Simetría. Desplazamiento y cambio de escala. Funciones especiales. Composición de funciones. Funciones hiperbólicas y sus inversas. Funciones definidas paramétricamente. Aplicaciones.

Unidad Temática II: LÍMITE DE FUNCIONES REALES

Definición de límite de una función en un punto. Unicidad. Propiedades. Álgebra de límites. Límites laterales. Infinitésimos: orden y parte principal de un infinitésimo. Operaciones con infinitésimos. Sustitución de infinitésimos. Teoremas de intercalación y de conservación del signo. Definición de límite en el infinito. Límites infinitos: orden de un infinito. Cálculo de límites que presentan distintos tipos de indeterminaciones. Aplicaciones.

Unidad Temática III: SUCESIONES REALES

Definición de sucesión. Convergencia de una sucesión. Sucesiones de Cauchy. Sucesiones monótonas. Sucesiones acotadas. El número e . Criterios de convergencia de sucesiones. Aplicaciones.

Unidad Temática IV: FUNCIONES CONTINUAS

Definición de función continua en un punto. Discontinuidades evitables y no evitables. Extensión continua de una función. Funciones continuas en un intervalo abierto y en un intervalo cerrado. Álgebra de funciones continuas. Propiedades locales de las funciones continuas. Asíntotas. Teoremas de funciones continuas en un intervalo cerrado: teoremas de acotación, de Weierstrass, de Bolzano, del valor intermedio. Aproximación de raíces de una ecuación. Aplicaciones.

Unidad Temática V: FUNCIONES DIFERENCIABLES

Definición de derivada de una función en un punto. La velocidad instantánea de una partícula en movimiento. Condición necesaria de derivabilidad de una función en un punto. Interpretación geométrica. Derivadas laterales. Función derivada. Ecuaciones de la recta tangente y la recta normal a una curva en un punto. Derivabilidad de una función en un intervalo. Álgebra de derivadas. Reglas de derivación. Teoremas de derivación de funciones compuestas y de funciones inversas. Derivadas de funciones definidas paramétricamente y en forma implícita. Derivadas sucesivas. Diferenciabilidad de una función en un punto. Diferencial de una función. Condición necesaria y suficiente de diferenciabilidad de una función en un punto. Interpretación geométrica. Aproximación lineal de una función en el entorno de un punto. Reglas de diferenciación. Aplicación de la derivada a la determinación de los valores extremos de funciones. Teoremas del valor medio del cálculo diferencial: Rolle, Lagrange, Cauchy, L'Hôpital. Condición necesaria para la existencia de extremos relativos. Uso de las derivadas de primero y segundo orden para hallar extremos en puntos críticos.

Análisis del crecimiento y decrecimiento de una función. Análisis de la concavidad y la convexidad de la gráfica de una función. Puntos de inflexión: condición suficiente para su existencia. Trazado de curvas. Uso de software matemático para el trazado de curvas. Problemas de optimización. Aplicaciones.

Unidad Temática VI: APROXIMACIÓN DE FUNCIONES POR POLINOMIOS

Polinomios de Taylor asociados a una función en un punto. Teorema de Taylor. Propiedades de los polinomios de Taylor: linealidad, sustitución, derivación e integración. Cálculos con polinomios de Taylor. Fórmula de Taylor con resto. Forma de Lagrange del resto. Estimación del error de truncamiento en la fórmula de Taylor. Aplicaciones.

Unidad Temática VII: CÁLCULO INTEGRAL

Introducción histórica de la integral definida. Problemas geométricos y físicos. Cálculo de áreas de regiones planas. La integral de Riemann: particiones y sumas de Riemann. Integral superior e integral inferior de Riemann. Funciones integrables. Definición y ejemplos. Condiciones de integrabilidad.. Integrabilidad de las funciones monótonas y de las funciones continuas. Propiedades de la integral de Riemann: linealidad y aditividad. Propiedades de positividad de la integral. Teorema del valor medio del cálculo integral. Aplicaciones.

Unidad Temática VIII: RELACIONES ENTRE EL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Función integral. Primitivas de una función. Continuidad de la integral indefinida. Derivabilidad: teoremas fundamentales del cálculo integral. Técnicas de integración: sustitución, partes, descomposición en fracciones simples. Uso de tablas y de software matemático. Aplicaciones geométricas, físicas y a economía. Generalización del concepto de integral. Integrales impropias de primera y de segunda especie. Valor principal de Cauchy. Convergencia. Comparación de integrales impropias. Aplicaciones.

Unidad Temática IX: SERIES NUMÉRICAS Y FUNCIONALES

Definición de serie numérica. Suma de la serie. Convergencia de una serie numérica. Propiedades de las series numéricas convergentes. Condición necesaria de convergencia. Serie geométrica. Serie armónica. Serie armónica generalizada. Criterios de convergencia para series de términos no negativos: comparación, del cociente, de la raíz, de la integral. Series alternadas. Convergencia absoluta y condicional. Teorema de Leibniz. Reordenación de series. Series funcionales. Definición. Suma de una serie funcional. Convergencia uniforme. Series de potencias. Radio de convergencia. Propiedades de las funciones definidas por series de potencias. Operaciones con series de potencias. Serie de Taylor de una función. Teorema de unicidad. Aplicaciones.

Bibliografía Obligatoria:

Stewart, J. (2002) Trascendentes Tempranas México: International Thomson Editores.

Stewart, J. (2006) Calculo: Conceptos y contextos. México: International Thomson Editores.

Apostol, T. (1985) Calculus, Vol.I. Buenos Aires: Reverté.

De Burgos, J. (1994) Cálculo Infinitesimal de una Variable. Madrid: McGraw-Hill. 1994

Lang, S. (1976) Cálculo I. México: Addison-Wesley Iberoamericana. 1976

Leithold, L. (1998) El Cálculo. 7ª ed. Oxford University Press.

Noriega, R. (1979) Cálculo Diferencial e Integral. Buenos Aires. Docencia.

Bibliografía Complementaria:

Bartle, R. G. y Sherbert. (1996) Introducción al Análisis Matemático de una variable. México: Limusa.

Bers, L. (1972) Cálculo Diferencial e Integral. México. Interamericana.

Piskunov, N. (1980) Cálculo Diferencial e Integral. Toms I y II. Moscú: Mir.

Pita Ruiz, C. (1998) Cálculo de una Variable. México. Prentice-Hall.

Protter-Morrey. (1989) Cálculo y geometría Analítica, 1^{er} curso. México: Fondo Educativo Latinoamericano.

Spivak, M. (1992) Calculus. Barcelona: Reverté.

Stein, K., Barcellos, A. (1995) Cálculo y Geometría Analítica. Vol. I. Bogotá: Mc Graw-Hill.